



## Stabilité des carrières : analyse critique de quelques méthodes analytiques

Farid Laouafa, Jean-Jacques Tritsch

### ► To cite this version:

Farid Laouafa, Jean-Jacques Tritsch. Stabilité des carrières : analyse critique de quelques méthodes analytiques. Evaluation et gestion des risques liés aux carrières souterraines abandonnées : séminaire de restitution et de valorisation des travaux INERIS -réseau des LPC, May 2005, Paris, France. pp.110-123. ineris-00976161

**HAL Id: ineris-00976161**

**<https://hal-ineris.archives-ouvertes.fr/ineris-00976161>**

Submitted on 9 Apr 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# STABILITÉ DES CARRIÈRES : ANALYSE CRITIQUE DE QUELQUES MÉTHODES ANALYTIQUES

Farid LAOUAFA, Jean-Jacques TRITSCH

*Institut National de l'Environnement Industriel et des Risques (INERIS) - Parc  
Technologique Alata, BP2, 60550 Verneuil-en-Halatte, France*

## Résumé

L'existence de carrières souterraines déjà exploitées ou en cours d'exploitation, pose légitimement la question de leur stabilité mécanique et de ses conséquences en surface. Les mécanismes de déformation et de rupture au sein du massif sont naturellement complexes. Le recours à la modélisation numérique se heurte souvent au manque d'information nécessaire pour poser ou établir proprement le problème mécanique. Le problème de stabilité est souvent abordé à l'aide de méthodes analytiques simples construites pour la plupart sur la théorie des structures (piliers, poutres, plaques, etc.). Nous mettons en évidence sur des cas simples les lacunes de ces dernières méthodes. Sur ces mêmes cas, nous montrons les dangers d'hypothèses trop simplificatrices.

## 1. Introduction

Les carrières souterraines ont toujours connu, sur le territoire national, une activité soutenue depuis de nombreuses décennies. Si la plupart d'entre elles sont aujourd'hui abandonnées, beaucoup d'autres subsistent encore, s'étendent ou se créent. Placées sous le contrôle de l'Administration en tant qu'Installations Classées pour la Protection de l'Environnement (ICPE), les carrières souterraines font désormais l'objet d'exigences strictes concernant la stratégie d'exploitation et le dimensionnement des structures, ceci dans le souci de garantir à la fois la production, la sécurité du personnel et leur stabilité à long terme.

En matière de stabilité, la plus grande difficulté concerne le dimensionnement des galeries (largeur ou « portée ») et l'analyse du comportement du toit, plutôt que celui des piliers, dont une approche analytique simple suffit à en évaluer la portance moyennant certaines précautions de calcul. En effet, les retours d'expérience montrent que les calculs de la résistance des bancs du toit par des modèles analytiques classiques, de poutres ou de plaques, donnent des résultats souvent très éloignés de la réalité (le toit résiste bien alors que le calcul montre qu'il devrait être tombé, ou l'inverse). La modélisation numérique donne une vision plus réaliste du comportement des structures, mais exige l'obtention (coûteuse) de données suffisantes et précises de caractérisation du milieu, le plus souvent incomplètes ou illusoirs.

La question de la stabilité mécanique de la carrière est légitime : le vide induit par l'extraction du matériau (craie, calcaire, gypse, etc.) va inévitablement changer ou perturber un état d'équilibre stationnaire depuis un temps considérable (échelle de

temps géologique). A l'échelle du temps géologique, l'exploitation peut être considérée comme instantanée, ce qui a son importance pour des milieux présentant une certaine viscosité.

D'un état mécanique stable et au repos avant exploitation, le système mécanique constitué par le recouvrement et les piliers va évoluer vers un autre état, en fonction des caractéristiques géométriques et mécaniques du site mais également d'autres perturbations (chimiques, hydrauliques, thermiques, etc.).

L'analyse de la stabilité de cette nouvelle configuration est relativement complexe. Cette complexité n'est pas spécifique aux carrières souterraines mais elle résulte des incertitudes reposant sur de nombreux paramètres caractérisant le milieu : lithographie, état et distribution de la fracturation à différentes échelles (micro, macro ou mésoscopiques), caractéristiques et propriétés mécaniques des différentes strates, nature et intensité des sollicitations (thermo-hydro-mécaniques), etc. C'est pourquoi les analyses en retour d'expérience sont indispensables.

La modélisation numérique utilisée dans le contexte des carrières souterraines, qu'elle soit par éléments finis, éléments distincts ou autres, souffre du manque d'information concernant les données citées ci-dessus. Elle ne peut être pertinente que si le problème mécanique (géomécanique) est "proprement" posé et bien établi.

Un préalable à toute modélisation numérique est de poser le problème en terme de conditions aux limites, de conditions initiales, et de définir précisément les lois d'évolution (généralement non linéaires) de ce problème. Cet objectif ne peut être atteint que partiellement dans la problématique qui nous concerne. C'est pourquoi des modélisations numériques, certes établies dans un cadre scientifiquement rigoureux, peuvent fournir des résultats erronés en fonction des données que l'on aura fourni au modèle.

Pour éviter d'avoir recours à une modélisation numérique "lourde" et complexe dans un "environnement abstrait", on s'appuie parfois sur des méthodes dites "simplifiées". La première d'entre elles est la méthode dite de "l'aire tributaire", utilisée pour l'évaluation de la sollicitation moyenne s'exerçant sur les piliers. Simple d'utilisation et nécessitant peu de paramètres, elle présente cependant l'inconvénient d'être fondée sur un ensemble d'hypothèses qui ne sont pas toujours justifiées.

La stabilité du toit des carrières s'estime également en utilisant les lois, simples et connues, issues de la théorie des calculs de structures (poutres, plaques et coques). Leur utilisation est simple mais s'appuie également sur des hypothèses qui sont parfois beaucoup trop fortes. En termes quantitatif et qualitatif, ces méthodes fournissent des résultats parfois erronés.

Sur quelques cas heuristiques, nous montrerons les limites et les précautions à adopter lors de l'utilisation de méthodes analytiques. Des comparaisons de résultats de

calculs par éléments finis et de résultats issus des méthodes simplifiées, concernant le cas d'une carrière de calcaire très typique, sont présentées.

## 2. Description et position du problème de stabilité d'une carrière

Les carrières souterraines sont généralement situées à faible profondeur (quelques mètres à quelques dizaines de mètres) et peuvent présenter à leur toit au moins un banc suffisamment raide qui constitue le "ciel" de carrière (Fig. 1).

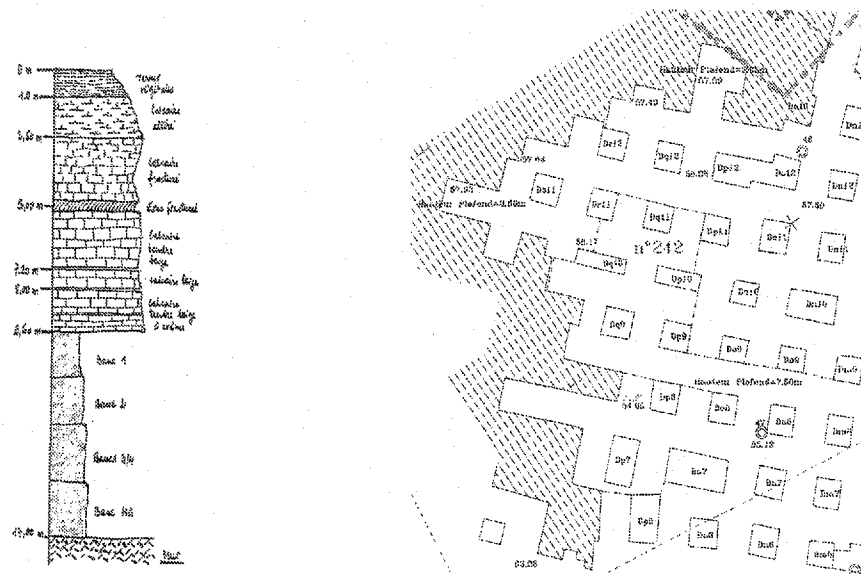


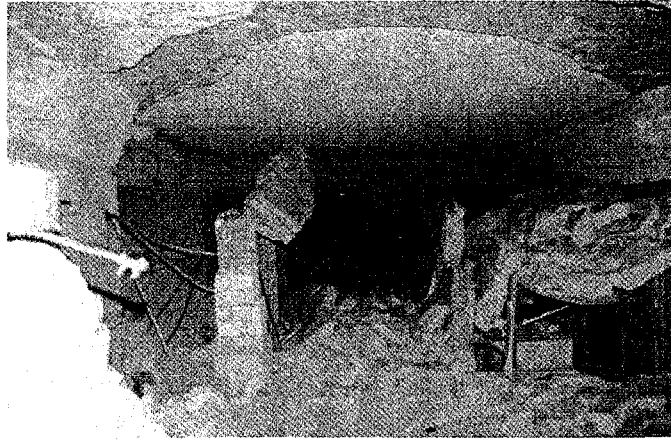
Figure 1. Coupe stratigraphique et vue en plan d'une carrière souterraine.

La présence d'un banc plutôt raide peut s'imposer par la faible épaisseur du recouvrement pour pouvoir assurer un certain niveau de stabilité du toit.

La coupe stratigraphique illustrée sur la figure 1 montre une alternance de bancs calcaires, plus ou moins fracturés, séparés par des joints de discontinuités. On peut rencontrer parfois des passées argileuses ou marneuses peu résistantes qui créent des discontinuités franches entre deux bancs. Le haut du recouvrement est souvent marneux, argileux ou sableux et participe donc peu ou prou à la stabilité globale de l'ouvrage.

Dans un tel contexte géologique, il est relativement difficile d'établir ou de mesurer le degré de stabilité de l'ouvrage. En effet, en supposant que les différents éléments structuraux résistants du recouvrement soient clairement identifiés, de nombreuses incertitudes persistent sur leur état mécanique. Le degré d'endommagement ou de fissuration initiale (avant travaux) n'est pas connu. La fissuration ou fracturation induite par les travaux dans ces éléments est également imprégnée d'incertitudes. Il est connu que l'état de fissuration (densité et distribution) au sein de ses bancs joue un rôle

majeur sur leur résistance (Goodman, 1989, Obert & Duvall, 1967). Même si l'état initial de la fissuration avant exploitation était parfaitement connu, la fissuration induite par les travaux l'est peu au vu des méconnaissances actuelles qui règnent sur les mécanismes de diffusion, d'interaction et les mécanismes de coalescence des micro-fissures.



*Photo 1. Exemple d'éboulement du premier banc de toit( "ciel") dans une carrière de calcaire.*

Une autre difficulté, dans cette problématique, réside dans la caractérisation mécanique des joints (stratigraphiques) et des discontinuités. Le comportement d'un milieu stratifié est naturellement complexe (Maury, 1970). La nature de la discontinuité dépend non seulement de la nature des faciès qu'elle délimite (avant exploitation) mais également des différents mécanismes de déformation du massif, liés à l'exploitation. Ces quelques remarques traduisent la difficulté de "poser" le problème mécanique avec plus ou moins de précision. Ce qui explique que l'on ait souvent recours à des méthodes dites simplifiées.

### **3. Méthode analytique pour l'évaluation de la stabilité du toit**

Parmi les différentes méthodes analytiques (Courbon, 1955, Mandel, 1959, Timoshenko et al., 1961) qui reposent sur de nombreuses d'hypothèses (l'élasticité linéaire, par exemple), nous analyserons uniquement deux cas simples : celui de la poutre élastique doublement encastree soumise à un chargement uniforme  $q$  perpendiculaire à cette dernière et celui d'une plaque ou dalle élastique chargée dans son plan et reposant sur plusieurs appuis.

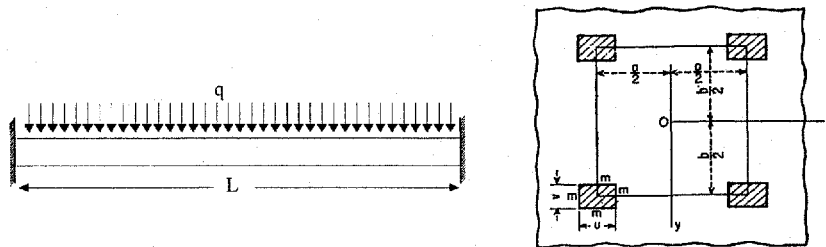


FIG. 123

Figure 2. Schéma d'une poutre doublement encastree et d'une plaque sur appuis.

Le modèle de poutre peut se substituer au modèle de plaque si la dimension perpendiculaire au plan de chargement est très grande vis-à-vis de la largeur  $L$  de la galerie.

Le premier banc au toit de la carrière ("ciel") est donc assimilé à une plaque ou une poutre. Le modèle de la poutre bi-encastree se base dans notre contexte sur plusieurs hypothèses très fortes. La première porte sur les conditions cinématiques de liaison. Au droit des piliers (considérés infiniment longs dans la troisième direction) aucune rotation et translation n'est autorisée. Cette hypothèse est plus ou moins justifiée dans le cas de structures du Génie Civil ou industrielles (bâtiments, entrepôts, usines, etc.). Appliquer les mêmes concepts et les mêmes démarches dans le cas des carrières ou des mines n'est pas toujours acceptable. En effet, le premier banc du toit repose sur un pilier qui est "massif" mais déformable dont le déplacement vertical au sommet n'est pas uniforme. Cela est une des conséquences des dimensions transversales du pilier qui sont sans commune mesure avec celles que l'on rencontre généralement en structure. L'hypothèse de l'encastrement parfait est donc beaucoup trop sévère car le pilier va se déformer verticalement (Fig. 3) augmentant ainsi la "portée" de la poutre.

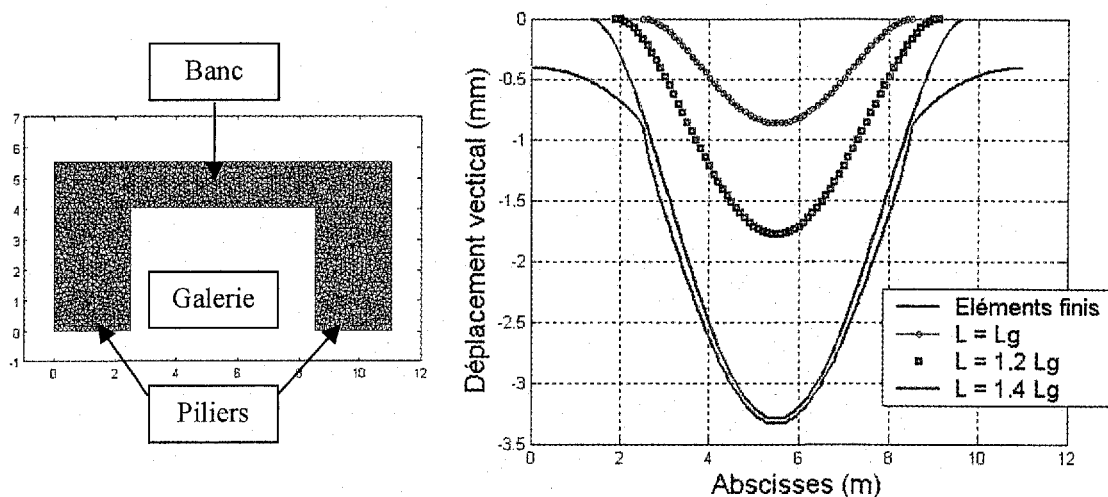


Figure 3. Maillage d'une structure "pilier-dalle" (gauche) et déplacements verticaux (flèche) issus de la théorie des poutres et du calcul (élastique) par éléments finis (droite).  $L_g$  représente la largeur de la galerie.

Si  $L$  représente la largeur de la travée (galerie), le déplacement vertical ou flèche, à l'abscisse  $x$ , d'une poutre élastique bi-encastrée est alors :

$$v(x) = \frac{-qx^2(L-x^2)}{24EI}$$

Dans cette expression,  $EI$  représente la rigidité flexionnelle de la poutre ( $E$  est le module de Young et  $I$  le moment d'inertie d'une section droite de la poutre). On observe sur la figure 3 que la déformée pour  $L=L_g$  (largeur de la galerie) est beaucoup plus petite que celle obtenue par éléments finis (EF). L'intensité du tassement au droit des appuis (environ 1 mm) dans le calcul EF ne suffit pas à expliquer un tel écart. Si on augmente de 40 %  $L_g$  ( $L=1,4 L_g$ ), on retrouve la déformée (en travée) issue des calculs EF. La flèche est proportionnelle à la puissance 4 de l'abscisse ( $x$ ). Ainsi une augmentation de 40 % de  $L_g$ , se traduit par une amplification d'un facteur égal à 3,8 de la flèche initiale.

Le moment fléchissant sur appuis ( $M_A$ ) et en milieu de travée ( $M_C$ ) est respectivement égal à  $M_A = \frac{-qL^2}{12}$  et  $M_C = \frac{-qL^2}{24}$ .

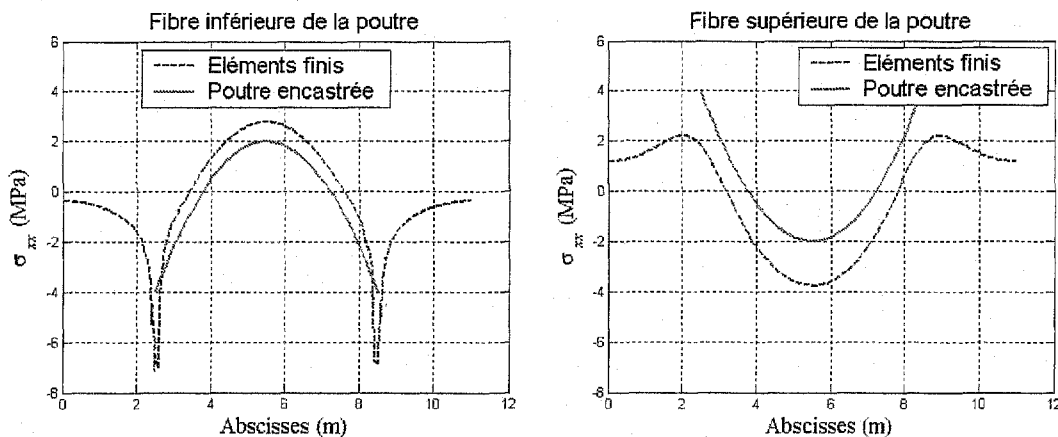


Figure 4. Contraintes normales  $\sigma_{xx}$  sur la fibre inférieure et supérieure de la poutre. Comparaison des calculs EF et de la poutre bi-encastrée.

On observe sur les graphes de la figure 4 des différences non négligeables dans la valeur des contraintes normales (traction ou compression) agissant sur les extrémités de la section droite de la poutre. Pour  $L=L_g$ , l'approche de la poutre bi-encastrée (Fig. 4 (droite), aux bords) surestime la contrainte de traction sur la fibre supérieure aux niveaux des appuis par un facteur 2. Cependant, sur la fibre supérieure, elle sous-estime la contrainte normale de compression d'un facteur identique. Elle sous-estime également la contrainte normale de traction en milieu de travée (Fig. 4, droite). Ce

simple exemple montre des écarts non négligeables obtenus sur les différents champs (déplacements, contraintes, etc.) lorsque l'on se base sur un modèle de poutre. Des méthodes analytiques prenant en compte la déformabilité des appuis (appuis élastiques par exemple) donneraient des résultats plus satisfaisant.

Cependant, même avec des méthodes plus sophistiquées, les calculs supposent en général, une charge ou sollicitation uniformément répartie sur l'intégralité de la structure. Cette hypothèse serait plausible si le recouvrement était constitué d'un fluide (dans lequel aucune résistance au cisaillement ne se développe), d'un milieu pulvérulent très très lâche ou encore d'un milieu possédant des discontinuités franches et verticales sur le pourtour de la galerie.

Cela n'est manifestement pas le cas des recouvrements que l'on rencontre habituellement. L'extraction du matériau va générer une redistribution du champ de contrainte au sein du recouvrement, à proximité des piliers et des bancs immédiats. Ce réajustement des contraintes dans le milieu dépendra naturellement des caractéristiques mécaniques de ce dernier. Des zones de contractance se manifesteront au voisinage des piliers et par conséquent des zones de dilatance au voisinage des galeries. Des mécanismes de surcharge des zones délimitées par les piliers se constitueront sous la forme classique de "voûte de chargement".

Il n'est pas aisé de quantifier l'excédent de sollicitation sur les piliers ainsi que l'intensité de la décharge sur le premier banc. Dans une coupe plane, parallèle au plan d'exploitation, la seule donnée dont on dispose concerne l'équilibre global des forces. En d'autres termes, quelque soit la distribution du champ de contraintes  $\underline{\sigma}(x, \bar{y})$  à la profondeur  $\bar{y}$ , nous devons avoir sur une surface plane horizontale, de normale  $\underline{n}$  et de longueur  $\bar{L}$  (en supposant une largeur unitaire) :

$$\int_0^{\bar{L}} \underline{n} \cdot \underline{\sigma}(x, \bar{y}) \cdot \underline{n} \, dx = \gamma \bar{y} \bar{L}$$

Cela a été vérifié dans l'exemple ci-dessous qui montre la distribution du champ de la contrainte verticale ( $\sigma_{yy}$ ), obtenue après excavation (Fig. 6). La largeur de la galerie et des piliers est respectivement de 6 m et de 5 m. Le recouvrement est constitué de deux bancs raides présentant un joint de discontinuité parfaitement lisse. Le tout est surmonté d'un milieu aux caractéristiques mécaniques médiocres, le rendant totalement pesant, sur une épaisseur de 20 m (Fig. 5).



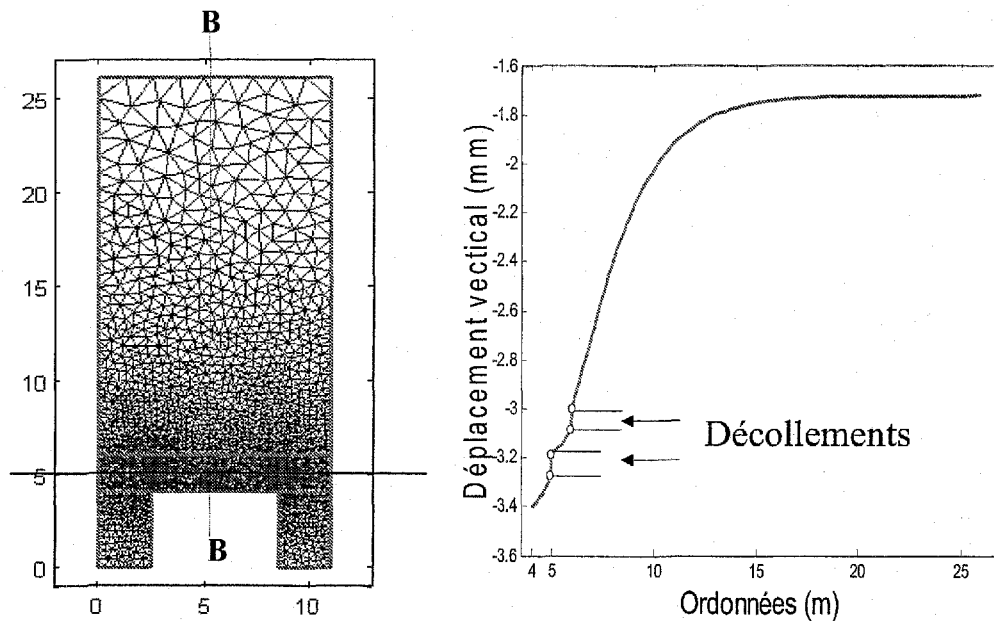


Figure 5. Coupe schématique d'une galerie et de son recouvrement (gauche) et profil du déplacement vertical le long de la droite **BB**.

L'examen du profil du déplacement vertical à mi-travée montre une évolution discontinue (discontinuité forte) du champ de déplacement vertical. Les discontinuités se manifestent aux niveaux des interfaces des deux bancs.

Les deux bancs "raides", dans cette modélisation, possèdent les mêmes caractéristiques mécaniques. On aurait pu s'attendre à une flexion identique des deux bancs et donc à une absence de décollement.

Le décollement, entre deux strates identiques pourrait s'expliquer par le poids propre du banc inférieur. Le poids propre constitue, en effet, un surplus de charge par rapport au banc qui le surmonte. Pour vérifier ce phénomène, des modélisations numériques ont été effectuées en appliquant, en partie inférieure du premier banc, une sollicitation d'intensité égale au poids propre, ascendante et ce, afin de compenser le poids du premier banc : le décollement des bancs est encore observé.

En conclusion, il existe nécessairement une distribution particulière de la sollicitation à l'origine du phénomène. Cela est illustré sur la figure 6.

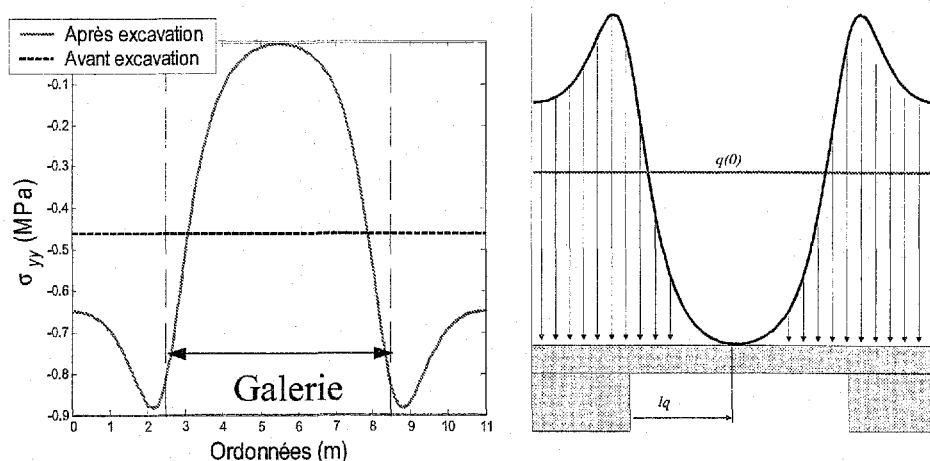


Figure 6. Distribution de la contrainte verticale ( $\sigma_{yy}$ ) agissant sur la partie supérieure du premier banc le long de la zone matérialisée par la droite AA (Fig. 5). Schématisation du chargement du premier banc avant et après excavation.

Comme la contrainte de cisaillement est "nulle" (interface lisse) le vecteur contrainte  $\underline{t} = \underline{\sigma} \cdot \underline{n}$  sur la partie supérieure du banc est égal à  $\sigma_{yy}$  car  $\underline{n} = (0,1)$ . La distribution du vecteur contrainte sur la partie inférieure du banc (sur appuis) est également irrégulière mais respecte l'équilibre global.

La stabilité du banc, supposé totalement décollé au droit des galeries, ne peut être analysée qu'en prenant en compte le poids propre du banc mais également un moment fléchissant ou couple  $C(q_1, q_2, Lp)$  s'exerçant aux extrémités des galeries (Fig. 7).

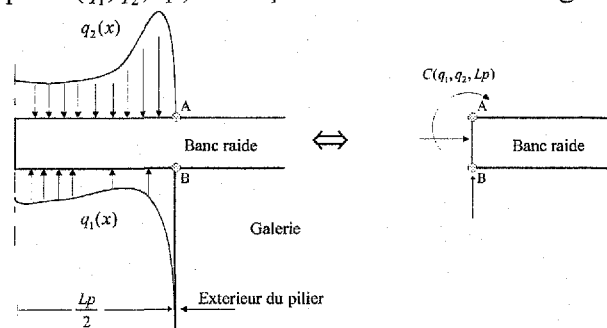


Figure 7. Schématisation des efforts à prendre en compte dans l'analyse du banc supposé totalement décollé.

L'intensité de cet excédent de sollicitation est difficile à quantifier car elle dépend de plusieurs paramètres : les propriétés mécaniques du pilier, du banc du recouvrement, etc. En conclusion, la travée d'un banc qui présente un décollement manifeste au droit des galeries peut ne pas être uniquement sujette aux sollicitations induites par le poids propre. En considérant uniquement le poids propre, dans certaines

configurations, on pourrait donc sous-estimer la sollicitation réelle. L'analyse de l'auto-portance d'un banc devrait être menée dans des conditions bien particulières ou dans un cadre bien défini.

#### 4. Analyse tridimensionnelle d'une carrière souterraine

L'exemple de la carrière souterraine, illustrée sur la figure 1, est analysé à l'aide d'une modélisation tridimensionnelle par éléments finis, effectuée à l'aide du code CESAR-LCPC V4<sup>2</sup>. Une cellule de base de la carrière est représentée ci-dessous. Pour des raisons de symétrie, nous ne modéliserons qu'un quart du pilier et qu'un quart de la galerie. Les conditions aux limites cinématiques tiennent compte de ses plans de symétrie.

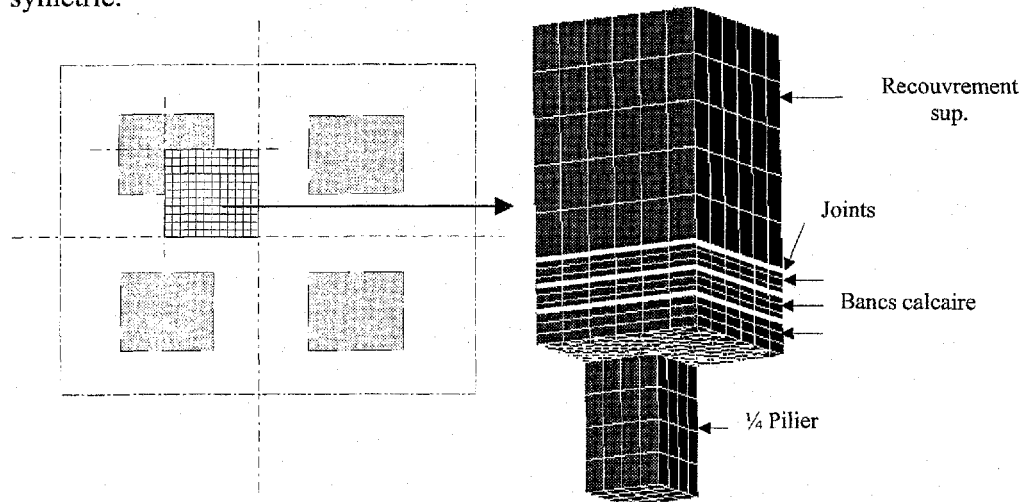


Figure 8. Chambres et piliers de la carrière (gauche) et modèle géométrique utilisé dans les modélisations par éléments finis.

La carrière est située sous un recouvrement globalement plat dont l'épaisseur est d'environ 10 m. Les terrains surincombants sont formés de bancs calcaires de même nature qui s'altèrent progressivement en s'approchant de la surface.

Les galeries ont 6 mètres de largeur et les piliers 5 mètres de largeur (taux de défrètement de 80 %). Dans les différentes modélisations, nous avons retenu pour caractériser le comportement du calcaire, un modèle de Mohr-Coulomb associé. Les valeurs des paramètres sont les suivantes :

- module de Young = 4000 MPa,
- coefficient de Poisson = 0,3,
- angle de frottement interne = angle de dilatance = 35°,
- cohésion = 5 MPa,
- résistance à la traction  $R_t = 1$  MPa.

<sup>2</sup> Code de calculs aux éléments finis développé par le LCPC

La masse volumique pour l'ensemble des matériaux est prise égale à  $2200 \text{ kg/m}^3$ . Les valeurs des paramètres mécaniques des joints sont choisies de manière à caractériser des bancs aux interfaces lisses (non rugueuses, non cohérentes et de rigidité négligeable). Ces caractéristiques sont naturellement plus faibles que les valeurs réelles. On sous-estime délibérément ces propriétés pour se placer du côté de la sécurité. Les piliers sont constitués de calcaire. Les caractéristiques mécaniques du haut-toit sont choisies de manière à le rendre le plus pesant et le moins résistant possible.

Plusieurs modélisations ont été effectuées dans le cadre d'une analyse paramétrique. Aucune d'entre elles n'a établi la moindre instabilité (plastification) dans les différents bancs et dans les piliers. La carrière est donc stable et ne présente pas de décollement de bancs.

Des modélisations ont également été effectuées, en considérant uniquement le pilier et le premier banc. Ce dernier est alors soumis à un chargement surfacique (vertical) dont l'intensité est égale à environ  $0,22 \text{ MN/m}^2$ . Les mêmes conclusions ont été obtenues, à savoir : aucune plastification du milieu.

Supposons que l'épaisseur du recouvrement soit d'environ 20 m. Les résultats obtenus dans ce cas de figure sont fondamentalement différents. On observe, par exemple, un décollement des différents bancs de calcaire (Fig. 9).

L'analyse des résultats montre qu'il n'y a qu'une très légère plastification du massif au niveau de la partie supérieure du premier banc (Fig. 10).

Si l'on applique maintenant la même démarche que précédemment, à savoir : un seul banc soumis à un chargement surfacique (vertical) dont l'intensité est égale à environ  $0,44 \text{ MN/m}^2$ , les conclusions sont différentes. Dans ce cas de figure, la plastification du premier banc (Fig. 11) témoigne d'une rupture beaucoup plus intense. Des ruptures (par traction) se développent aussi bien en partie supérieure qu'en partie inférieure du banc.

On notera donc que l'analyse de stabilité de la carrière en général ou du premier banc, en particulier, ne peut être menée en occultant la participation du recouvrement à l'équilibre global. Ce dernier contribue à la stabilité du premier banc, soit par sa propre contribution mécanique (il reprend une partie des sollicitations générées par l'excavation), soit s'il n'est pas suffisamment résistant, en participant à un transfert des efforts sur les piliers et une redistribution de la charge sur le ou les bancs de calcaire.

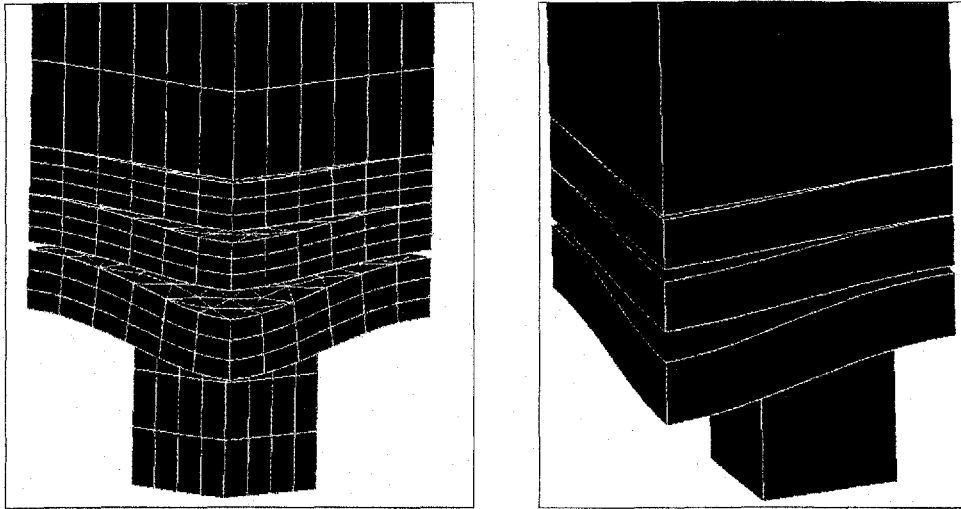


Figure 9. Déformée (amplifiée) du recouvrement : décollement des bancs de calcaire.

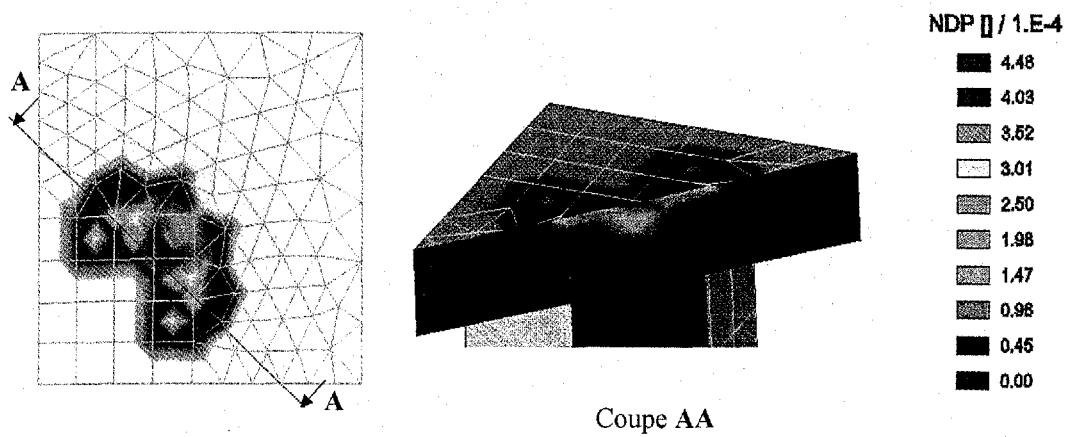


Figure 10. Norme de la déformation plastique (NDP) au niveau du premier banc de calcaire.

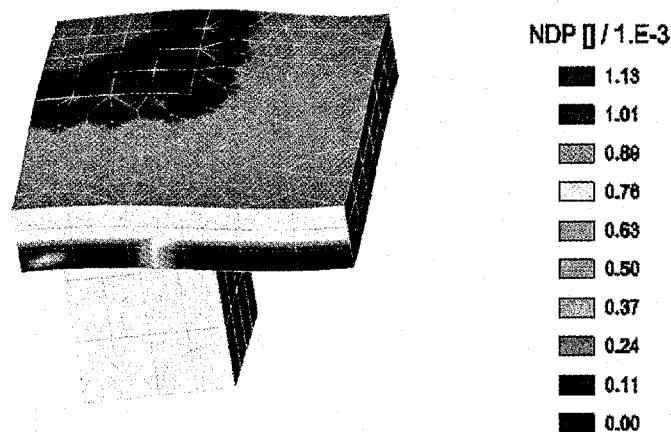


Figure 11. Norme de la déformation plastique (NDP) au niveau du premier banc de calcaire.

## 5. Conclusion

L'objectif de cet article était d'analyser l'application de méthodes analytiques dans la résolution des problèmes de stabilité de carrière souterraine. On montre, sur quelques cas simples, la distribution non uniforme des sollicitations induites par l'excavation. L'intensité des sollicitations ainsi que leur distribution spatiale dans le massif est de nature complexe. En effet, elle dépend fortement des non-linéarités rhéologiques, des différentes hétérogénéités, etc.. Les hypothèses définissant le domaine d'utilisation des méthodes analytiques ( rapport épaisseur sur longueur, linéarité, sollicitation uniforme, nature des appuis, etc.) sont rarement respectées .

Il n'existe pas à l'heure actuelle de méthode universelle pour traiter ce type de problème.

Le comportement d'une carrière dépend naturellement du contexte géologique dans lequel elle se situe. Les mécanismes de déformation, d'endommagement et de rupture de l'ouvrage, et au voisinage de celui-ci en dépendent fortement. Les éléments de réponse à la question de la stabilité des carrières souterraines ne seront pertinents ou porteurs qu'à la condition de définir de manière précise l'état mécanique du recouvrement et de la carrière. Cette condition nécessaire n'est cependant pas suffisante car la solution de ce problème dépend également des qualités et des potentialités des modèles utilisés.

Adopter une démarche de "manière universelle" pour estimer la stabilité des carrières, nous semble peu cohérente avec la grande diversité des sites et des ouvrages. Il serait certainement préférable de mener des recherches approfondies spécifiques par typologie de carrière (comprenant le site, recouvrement, etc.) de manière à établir des

approches ou méthodes de calculs plus adaptées qui s'appuieraient sur le retour d'expérience.

## **6. Références bibliographiques**

COURBON, J. 1955. Cours de résistance des matériaux. *Dunod*.

GOODMAN R.E. 1989. Introduction to rock mechanics, 2<sup>nd</sup> edition. *JohnWiley & Sons*.

OBERT L., DUVALL W.I. 1967. Rocks mechanics and the design of structures in rock. *JohnWiley & Sons*.

MANDEL J. 1959. Les calculs en matière de pressions des terrains. *Ed La Loire Républicaine*, 16 pl. Jean-Jaurès – Saint Etienne – France.

MAURY V. 1970. Mécanique des milieux stratifiés. *Dunod*.

TIMOSHENKO S., Woinowsky-Krieger S. 1961. Theorie des plaques et coques. *Librairie Polytechnique CH. Béranger*.